

Исходные данные:

$$N_{\text{столбца}} = 12$$

$$E_1 = 70.711 + 70.711j \quad (B)$$

$$E_2 = 120 \quad (B)$$

$$R_1 = 6 \quad (Om)$$

$$L_1 = 0.03 \quad (Гн)$$

$$C_1 = 2 \times 10^{-4} \quad (\Phi)$$

$$R_2 = 4 \quad (Om)$$

$$L_2 = 0.05 \quad (Гн)$$

$$C_2 = 3 \times 10^{-4} \quad (\Phi)$$

$$R_3 = 4 \quad (Om)$$

$$L_3 = 0.02 \quad (Гн)$$

$$C_3 = 3 \times 10^{-4} \quad (\Phi)$$

$$k_{12} = 0.6$$

$$k_{23} = 0.8$$

$$f = 50 \quad (Гц)$$

Часть первая

Считая, что индуктивная связь между катушками отсутствует:

- 1) определить токи во всех ветвях заданной схемы;
- 2) построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;
- 3) составить баланс активных и реактивных мощностей;
- 4) построить на одном графике кривые мгновенных значений ЭДС e_2 и тока i_3 ;
- 5) определить показание ваттметра.

Решение:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 314.16 \quad \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

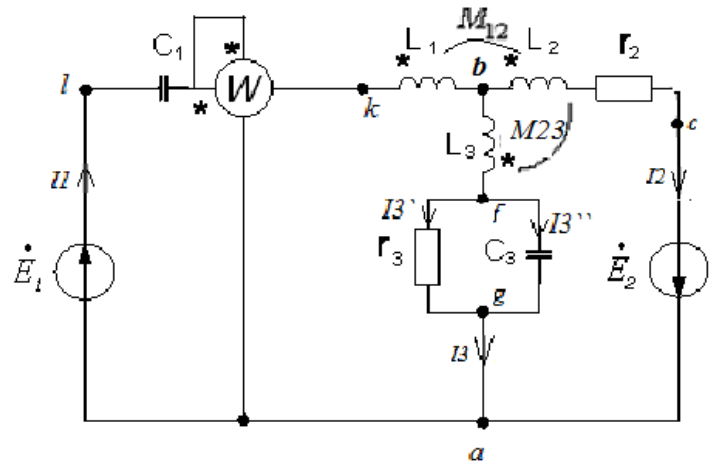
$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 314.159 \cdot 0.03 = 9.425 \quad (\text{Ом})$$

$$X_{L2} = \omega \cdot L_2 = 314.159 \cdot 0.05 = 15.708 \quad (\text{Ом})$$

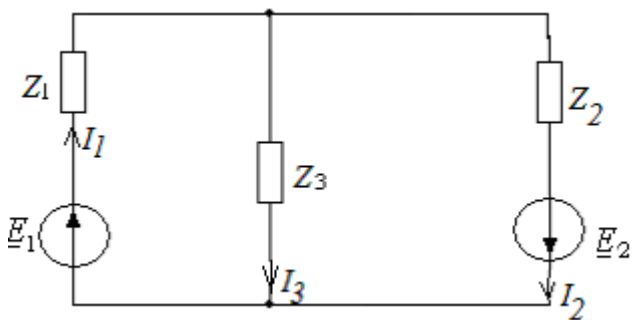
$$X_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{314.159 \cdot 2 \times 10^{-4}} = 15.915 \quad (\text{Ом})$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega \cdot C_3} = \frac{1}{314.159 \cdot 3 \times 10^{-4}} = 10.61 \quad (\text{Ом})$$

$$X_{L3} = \omega \cdot L_3 = 314.159 \cdot 0.02 = 6.283 \quad (\text{Ом})$$



Упростим схему:



Полные сопротивления ветвей электрической цепи, Ом

$$Z_1 = -j \cdot X_{C1} + j \cdot X_{L1} = -6.491j \quad (\text{Ом})$$

$$Z_2 = R_2 + j \cdot X_{L2} = 4 + 15.708j \quad (\text{Ом})$$

$$Z_3 = j \cdot X_{L3} + \frac{R_3 \cdot (-j \cdot X_{C3})}{R_3 - j \cdot X_{C3}} = j \cdot 6.283 + \frac{4 \cdot (-j) \cdot 10.61}{4 - j \cdot 10.61} = 3.502 + 4.963j \quad (\text{Ом})$$

Полные проводимости ветвей электрической цепи, См:

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{-6.4907j} = 0.1541j \quad (\text{См})$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{4 + 15.708j} = 0.0152 - 0.0598j \quad (\text{См})$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{3.5023 + 4.9629j} = 0.0949 - 0.1345j \quad (\text{См})$$

Напряжение по методу двух узлов, В:

$$U = \frac{E_1 \cdot Y_1 - E_2 \cdot Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{(70.711 + 70.711j) \cdot 0.154j - 120 \cdot (0.015 - 0.06j)}{0.154j + 0.015 - 0.06j + 0.095 - 0.135j} = -154.76 + 107.515j \quad (\text{В})$$

$$|U| = 188.441 \quad \angle U = 145.211^\circ \quad U = 188.441 \cdot e^{j \cdot 145.211}$$

Токи в ветвях электрической цепи, А:

$$I_1 = (-U + E_1) \cdot Y_1 = [-(-154.76 + 107.52j) + 70.71 + 70.71j] \cdot 0.15j = 5.67 + 34.74j \quad (\text{А})$$

$$I_2 = (U + E_2) \cdot Y_2 = (0.02 - 0.06j) \cdot (-154.76 + 107.52j + 120) = 5.9 + 3.71j \quad (\text{А})$$

$$I_3 = U \cdot Y_3 = (0.095 - 0.135j) \cdot (-154.76 + 107.515j) = -0.228 + 31.022j \quad (\text{А})$$

$$I'_3 = I_3 \cdot \frac{-j \cdot X_{C3}}{R_3 - j \cdot X_{C3}} = (-0.23 + 31.02j) \cdot \frac{(-j) \cdot 10.61}{4 - j \cdot 10.61} = 10.04 + 27.24j \quad (A)$$

$$I''_3 = I_3 \cdot \frac{R_3}{R_3 - j \cdot X_{C3}} = (-0.23 + 31.02j) \cdot \frac{4}{4 - j \cdot 10.61} = -10.27 + 3.78j \quad (A)$$

$$I_1 = 35.197 \cdot e^{j \cdot 80.729} \quad (A)$$

$$I_2 = 6.971 \cdot e^{j \cdot 32.203} \quad (A)$$

$$I_3 = 31.023 \cdot e^{j \cdot 90.422} \quad (A)$$

$$I'_3 = 29.029 \cdot e^{j \cdot 69.766} \quad (A)$$

$$I''_3 = 10.944 \cdot e^{j \cdot 159.766} \quad (A)$$

Напряжения на элементах электрической цепи, В:

$$U_{C1} = I_1 \cdot (-j \cdot X_{C1}) = (5.67 + 34.737j) \cdot (-j) \cdot 15.915 = 552.862 - 90.247j \quad (B)$$

$$U_{L1} = I_1 \cdot j \cdot X_{L1} = (5.67 + 34.737j) \cdot j \cdot 9.425 = -327.392 + 53.442j \quad (B)$$

$$U_{L2} = I_2 \cdot j \cdot X_{L2} = (5.899 + 3.715j) \cdot j \cdot 15.708 = -58.354 + 92.656j \quad (B)$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = (5.899 + 3.715j) \cdot R_2 = 23.595 + 14.86j \quad (B)$$

$$U_{R3} = I'_3 \cdot R_3 = (10.04 + 27.237j) \cdot 4 = 40.16 + 108.95j \quad (B)$$

$$U_{L3} = I_3 \cdot j \cdot X_{L3} = (-0.228 + 31.022j) \cdot j \cdot 6.283 = -194.92 - 1.434j \quad (B)$$

$$U_{C3} = I''_3 \cdot (-j \cdot X_{C3}) = (-10.268 + 3.785j) \cdot (-j) \cdot 10.61 = 40.16 + 108.95j \quad (B)$$

Проверка баланса мощностей источников и потребителей, Вт, ВАр

Полные мощности потребителей электроэнергии, ВА:

$$S_{ном1} = I_1^2 \cdot Z_1 = 35.197^2 \cdot -6.491j = -8040.935j \quad (BA)$$

$$S_{ном2} = I_2^2 \cdot Z_2 = (4 + 15.708j) \cdot 6.971^2 = 194.379 + 763.324j \quad (BA)$$

$$S_{ном3} = I_3^2 \cdot Z_3 = (3.502 + 4.963j) \cdot 31.023^2 = 3370.714 + 4776.472j \quad (BA)$$

Полные мощности источников электроэнергии, ВА:

$$S_{ист1} = E_1 \cdot I_1 = (70.711 + 70.711j) \cdot 5.670 + 34.737j = 2857.256 - 2055.347j \quad (BA)$$

$$S_{ист2} = E_2 \cdot I_2 = 120.000 \cdot 5.899 + 3.715j = 707.837 - 445.793j \quad (BA)$$

Суммарная мощность потребителей, ВА:

$$S_{ном} = S_{ном1} + S_{ном2} + S_{ном3} = -8040.94j + 194.38 + 763.32j + 3370.71 + 4776.47j = 3565.09 - 2501.14j \quad (BA)$$

Суммарная мощность источников, ВА:

$$S_{ист} = S_{ист1} + S_{ист2} = 2857.26 - 2055.35j + 707.84 - 445.79j = 3565.09 - 2501.14j \quad (BA)$$

$$P_{ном} = \text{Re}(S_{ном}) = 3565.093 \quad (Bm) \quad P_{ист} = \text{Re}(S_{ист}) = 3565.093 \quad (Bm)$$

$$Q_{ном} = \text{Im}(S_{ном}) = -2501.14 \quad (BAp) \quad Q_{ист} = \text{Im}(S_{ист}) = -2501.14 \quad (BAp)$$

$$P_{ист} = P_{ном}$$

$$Q_{ист} = Q_{ном}$$

Баланс мощностей сошелся, следовательно токи в схеме найдены верно.

Выразим потенциалы узлов:

$$\varphi_a = 0$$

$$\varphi_c = -E_2 = -120$$

$$\varphi_d = \varphi_c + U_{R2} = -120 + 23.595 + 14.86j = -96.405 + 14.86j$$

$$\varphi_b = \varphi_d + U_{L2} = -96.405 + 14.86j + -58.354 + 92.656j = -154.76 + 107.515j$$

$$\varphi_f = \varphi_b - U_{L3} = -154.76 + 107.515j - (-194.92 - 1.434j) = 40.16 + 108.95j$$

$$\varphi_g = \varphi_f - U_{R3} = 40.16 + 108.95j - (40.16 + 108.95j) = -0 + 0j$$

$$\varphi_l = E_1 = 70.711 + 70.711j$$

$$\varphi_k = \varphi_l - U_{C1} = 70.711 + 70.711j - (552.862 - 90.247j) = -482.151 + 160.957j$$

Запишем мгновенные значения токов ветвей и ЭДС источников.

$$i_1 = I_{1m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{I1}) = 49.776 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 80.729)$$

$$i_2 = I_{2m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{I2}) = 9.858 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 32.203)$$

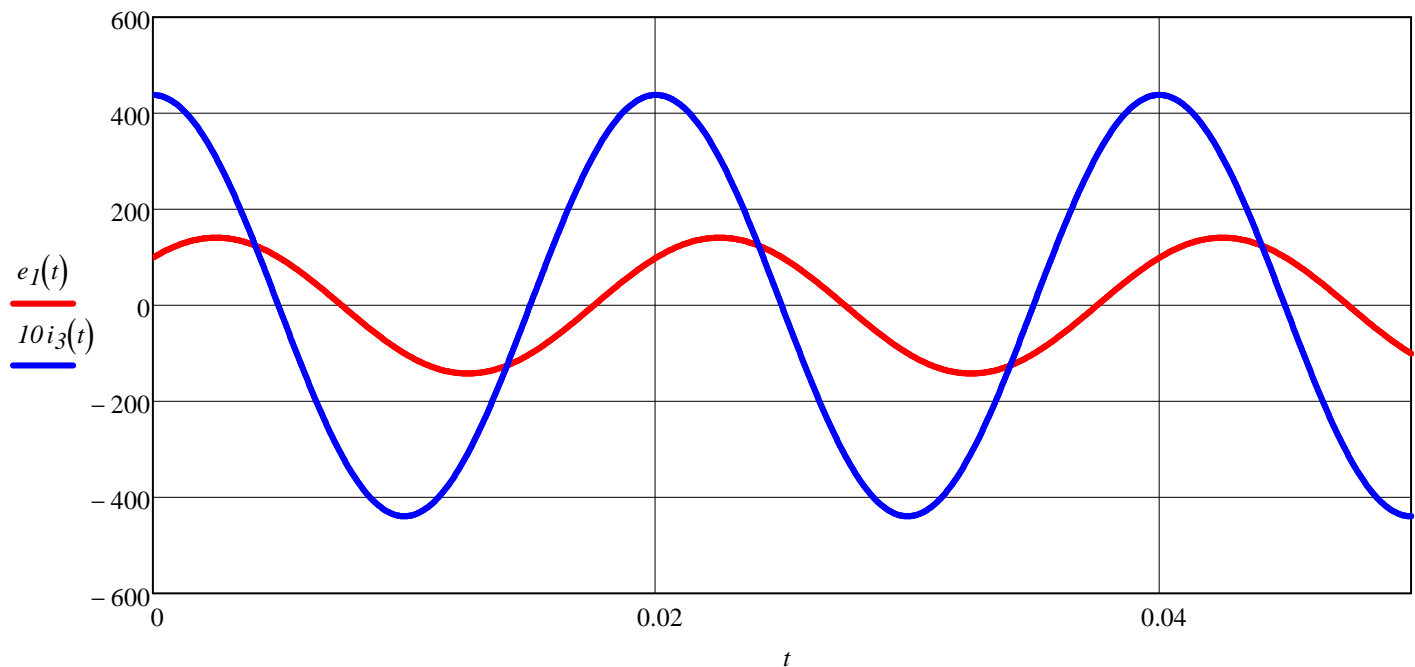
$$i_3 = I_{3m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{I3}) = 43.873 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 90.422)$$

$$i'_3 = I'_{3m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{I3'}) = 41.053 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 69.766)$$

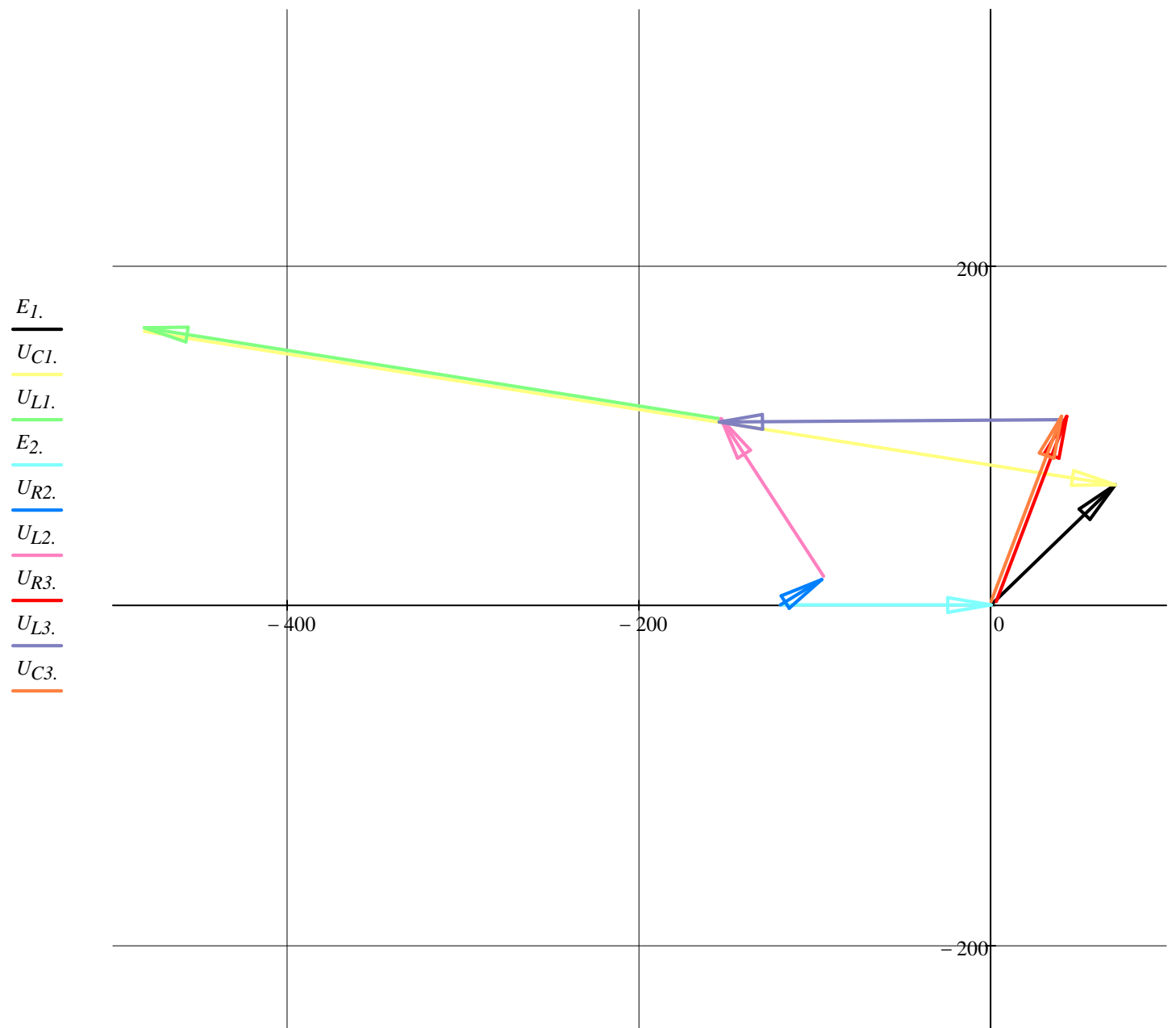
$$i''_3 = I''_{3m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{I3''}) = 15.477 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 159.766)$$

$$e_1 = e_{1m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{e1}) = 141.421 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 45)$$

$$e_2 = e_{2m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{e2}) = 169.706 \cdot \sin(314.159 \cdot t + 0)$$

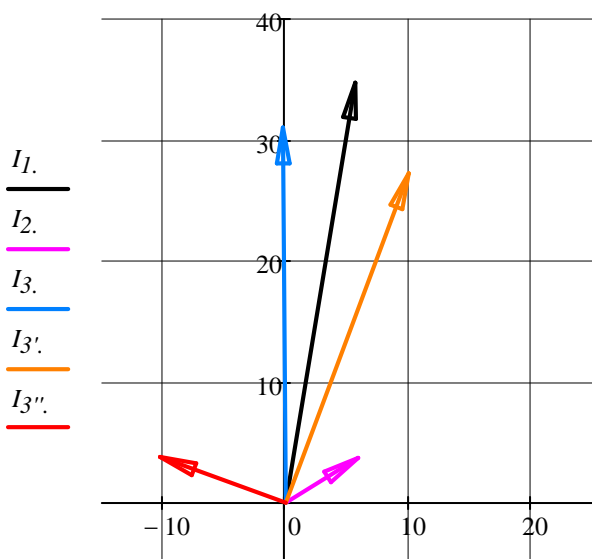


Векторная диаграмма напряжений для схемы без взаимоиндукции.



$E_1, U_{C1}, U_{L1}, E_2, U_{R2}, U_{L2}, U_{R3}, U_{L3}, U_{C3}$

Векторная диаграмма токов для схемы без взаимоиндукции.



$I_1, I_2, I_3, I_3', I_3''$.

Показание ваттметра.

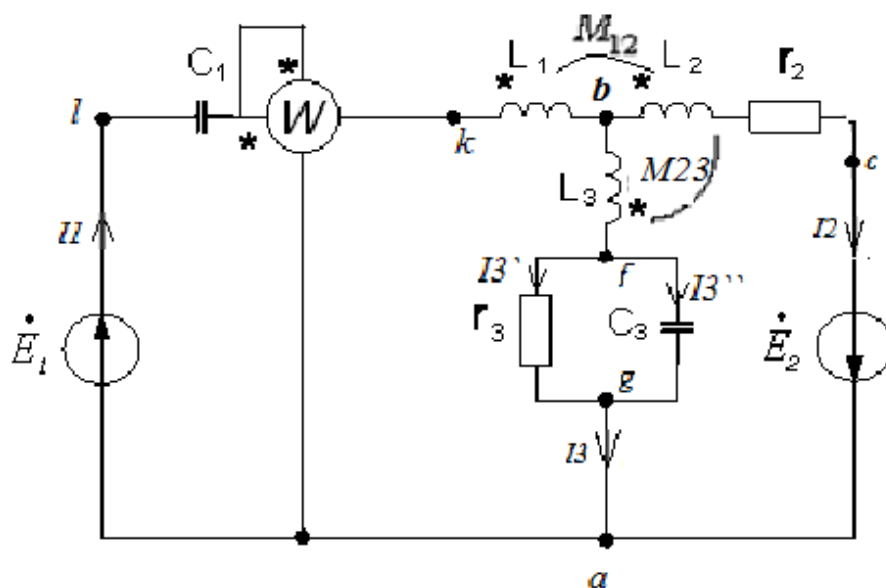
$$U_W = \varphi_a - \varphi_k = 0 - (-482.151 + 160.957j) = 482.151 - 160.957j \quad (B)$$

$$pW = |Re(U_W \cdot \bar{I}_1)| = |Re[(482.151 - 160.957j) \cdot \overline{5.67 + 34.737j}]| = 2857.256 \quad (Bm)$$

Часть вторая

Учитывая взаимную индуктивность катушек

- 1) определить неизвестные токи и ЭДС,
- 2) построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.



Решение

$$k_{23} = 0.8$$

$$k_{12} = 0.6$$

$$I_1 = 5.67 + 34.737j \quad (A)$$

Рассчитаем сопротивления взаимной индукции

$$X_{M23} = \omega \cdot k_{23} \cdot \sqrt{L_2 \cdot L_3} = 314.159 \cdot 0.8 \cdot \sqrt{0.05 \cdot 0.02} = 7.948 \quad (Om)$$

$$X_{M12} = \omega \cdot k_{12} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 314.159 \cdot 0.6 \cdot \sqrt{0.03 \cdot 0.05} = 7.3 \quad (Om)$$

Составим систему уравнений по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} I_2 \cdot Z_2 - I_3 \cdot Z_3 + I_1 \cdot j \cdot X_{M12} - I_3 \cdot j \cdot X_{M23} + I_2 \cdot j \cdot X_{M23} = E_2 \\ -I_3 - I_2 + I_1 = 0 \end{cases}$$

Подставим второе уравнение в первое:

$$(-I_3 + I_1) \cdot Z_2 - I_3 \cdot Z_3 + I_1 \cdot j \cdot X_{M12} - I_3 \cdot j \cdot X_{M23} + (-I_3 + I_1) \cdot j \cdot X_{M23} = E_2$$

$$I_3 = \frac{E_2 - I_1 \cdot j \cdot X_{M12} - I_1 \cdot j \cdot X_{M23} - I_1 \cdot Z_2}{-Z_3 - Z_2 - j \cdot X_{M23} - j \cdot X_{M23}} = 1.94 + 32.47j \quad (A)$$

$$I_1 = 5.67 + 34.737j \quad (A)$$

$$I_2 = I_1 - I_3 = 5.67 + 34.737j - (1.939 + 32.467j) = 3.731 + 2.27j \quad (A)$$

$$I_3' = I_3 \cdot \frac{-j \cdot X_{C3}}{R_3 - j \cdot X_{C3}} = (1.94 + 32.47j) \cdot \frac{(-j) \cdot 10.61}{R_3 - j \cdot 10.61} = 12.41 + 27.79j \quad (A)$$

$$I_3'' = I_3 \cdot \frac{R_3}{R_3 - j \cdot X_{C3}} = (1.94 + 32.47j) \cdot \frac{4}{4 - j \cdot 10.61} = -10.48 + 4.68j \quad (A)$$

$$I_1 = 35.197 \cdot e^{j \cdot 80.729} \quad (A)$$

$$I_2 = 4.368 \cdot e^{j \cdot 31.318} \quad (A)$$

$$I_3 = 32.525 \cdot e^{j \cdot 86.582} \quad (A)$$

$$I_3' = 30.434 \cdot e^{j \cdot 65.926} \quad (A)$$

$$I_3'' = 11.473 \cdot e^{j \cdot 155.926} \quad (A)$$

Найдем ЭДС E_1 :

По 2 закону Кирхгофа:

$$E_1 = I_3 \cdot Z_3 + I_1 \cdot Z_1 + I_2 \cdot j \cdot X_{M12} - I_2 \cdot j \cdot X_{M23} = 72.601 + 84.111j \quad (B)$$

Выполним проверку по 2 закону Кирхгофа:

$$I_1 \cdot Z_1 + I_2 \cdot Z_2 + I_2 \cdot j \cdot X_{M12} + I_1 \cdot j \cdot X_{M12} - I_3 \cdot j \cdot X_{M23} = 192.601 + 84.111j$$

$$E_2 + E_1 = 192.601 + 84.111j$$

Напряжения на элементах электрической цепи, В:

$$U_{C1} = I_1 \cdot (-j \cdot X_{C1}) = (5.67 + 34.737j) \cdot (-j) \cdot 15.915 = 552.862 - 90.247j \quad (B)$$

Напряжение на катушке L_1 :

$$I_1 \cdot j \cdot X_{L1} = (5.67 + 34.737j) \cdot j \cdot 9.425 = -327.392 + 53.442j \quad (B)$$

$$I_2 \cdot j \cdot X_{M12} = I_2 \cdot j \cdot 7.3 = -16.574 + 27.24j \quad (B)$$

$$U_{L1} = I_1 \cdot j \cdot X_{L1} + I_2 \cdot j \cdot X_{M12} = -343.966 + 80.682j \quad (B)$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = (3.731 + 2.27j) \cdot 4 = 14.925 + 9.081j \quad (B)$$

Напряжение на катушке L_2 :

$$I_2 \cdot j \cdot X_{L2} = (3.731 + 2.27j) \cdot j \cdot 15.708 = -35.661 + 58.611j \quad (B)$$

$$I_1 \cdot j \cdot X_{M12} = (5.67 + 34.737j) \cdot j \cdot 7.3 = -253.597 + 41.396j \quad (B)$$

$$I_3 \cdot j \cdot X_{M23} = (1.939 + 32.467j) \cdot j \cdot 7.948 = -258.038 + 15.411j \quad (B)$$

$$U_{L2} = I_2 \cdot j \cdot X_{L2} + I_1 \cdot j \cdot X_{M12} - I_3 \cdot j \cdot X_{M23} = -31.22 + 84.595j \quad (B)$$

$$U_{R3} = I_3' \cdot R_3 = (12.415 + 27.787j) \cdot 4 = 49.658 + 111.148j \quad (B)$$

$$U_{C3} = I_3'' \cdot (-j \cdot X_{C3}) = (-10.475 + 4.68j) \cdot (-j) \cdot 10.61 = 49.658 + 111.148j \quad (B)$$

Напряжение на катушке L_3 :

$$I_3 \cdot j \cdot X_{L3} = (1.939 + 32.467j) \cdot j \cdot 6.283 = -203.997 + 12.184j \quad (B)$$

$$I_2 \cdot j \cdot X_{M23} = (3.731 + 2.27j) \cdot j \cdot 7.948 = -18.043 + 29.655j \quad (B)$$

$$U_{L3} = I_3 \cdot j \cdot X_{L3} - I_2 \cdot j \cdot X_{M23} = -185.953 - 17.471j \quad (B)$$

Выразим потенциалы узлов:

$$\varphi_{\text{ww}} = 0$$

$$\varphi_{\text{cc}} = -E_2 = -120$$

$$\varphi_{\text{dd}} = \varphi_c + U_{R2} = -120 + 14.925 + 9.081j = -105.075 + 9.081j$$

$$\varphi_{\text{bb}} = \varphi_d + U_{L2} = -105.075 + 9.081j + (-31.22 + 84.595j) = -136.295 + 93.676j$$

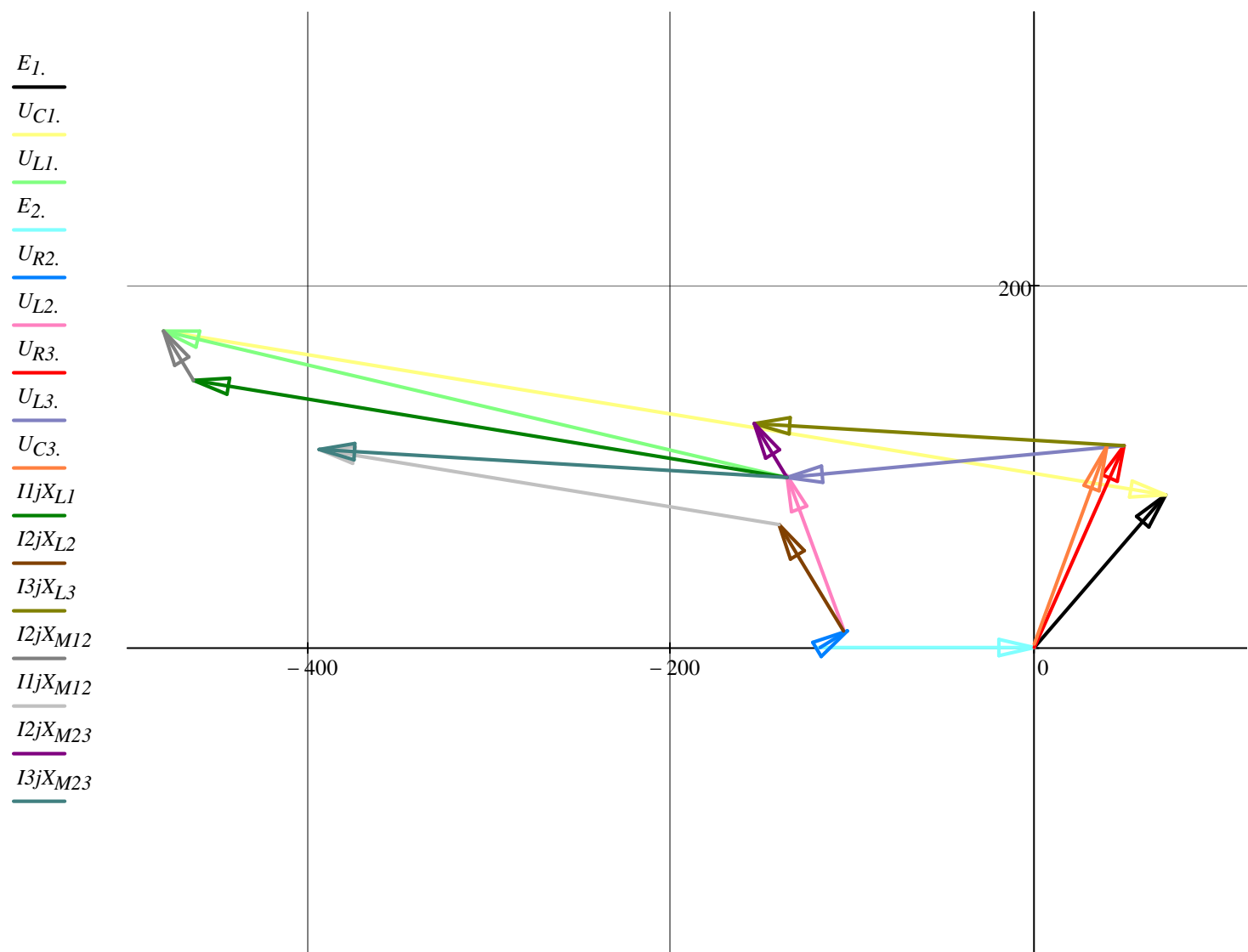
$$\varphi_{\text{ff}} = \varphi_b - U_{L3} = -136.295 + 93.676j - (-185.953 - 17.471j) = 49.658 + 111.148j$$

$$\varphi_{\text{fv}} = \varphi_f - U_{R3} = 49.658 + 111.148j - (49.658 + 111.148j) = -0 + 0j$$

$$\varphi_{\text{ll}} = E_1 = 72.601 + 84.111j$$

$$\varphi_{\text{lt}} = \varphi_l - U_{C1} = 72.601 + 84.111j - (552.862 - 90.247j) = -480.261 + 174.358j$$

Векторная диаграмма напряжений для схемы с взаимной индукцией.



$E_1, UC1, UL1, E_2, UR2, UL2, UR3, UL3, UC3, I1jXL1, I2jXL2, I3jXL3, I2jXM12, I1jXM12, I2jXM23, I3jXM23$

Векторная диаграмма токов для схемы с взаимной индукцией.

