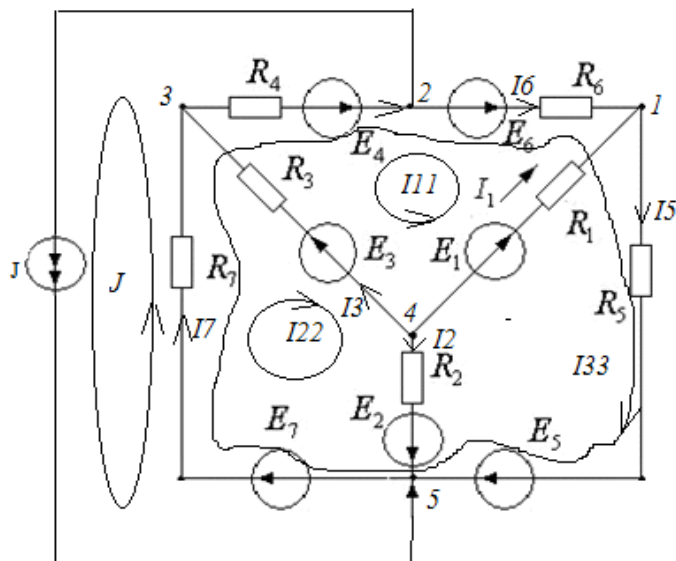


Исходные данные:

$E_2 = 40 \text{ (В)}$	$R_1 = 4 \text{ (Ом)}$
$E_3 = 70 \text{ (В)}$	$R_2 = 3 \text{ (Ом)}$
$E_4 = 80 \text{ (В)}$	$R_3 = 5 \text{ (Ом)}$
$E_5 = 50 \text{ (В)}$	$R_4 = 7 \text{ (Ом)}$
$E_6 = 60 \text{ (В)}$	$R_5 = 8 \text{ (Ом)}$
$E_7 = 60 \text{ (В)}$	$R_6 = 6 \text{ (Ом)}$
$E_8 = 120 \text{ (В)}$	$R_7 = 2 \text{ (Ом)}$
$J = 8 \text{ (А)}$	$R_8 = 7 \text{ (Ом)}$
$I_1 = 4 \text{ (А)}$	

Схема электрической цепи:



Количество узлов: $V = 5$

Количество ветвей: $B = 8$

Количество ветвей с источником тока: $B_J = 1$

Количество уравнений по 1 Закону Кирхгофа: $V - 1 = 4$

Количество уравнений по 2 Закону Кирхгофа: $B - B_J - (V - 1) = 3$

1. Система уравнений по 1 Закону Кирхгофа:

$$I_4 - J - I_6 = 0$$

$$I_6 + I_1 - I_5 = 0$$

$$I_3 + I_7 - I_4 = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Система уравнений по 2 Закону Кирхгофа:

$$I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 - I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = E_1 - E_6 - E_4 - E_3$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_7 \cdot R_7 - I_3 \cdot R_3 = E_2 + E_7 - E_3$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_5 \cdot R_5 + I_7 \cdot R_7 + I_4 \cdot R_4 = E_6 + E_5 + E_7 + E_4$$

2. Система уравнений по методу контурных токов:

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_6 + R_4 + R_3) + I_{22} \cdot R_3 - I_{33} \cdot (R_4 + R_6) = J \cdot R_4 + E_1 - E_6 - E_4 - E_3$$

$$I_{22} \cdot (R_3 + R_2 + R_7) + I_{11} \cdot R_3 + I_{33} \cdot R_7 = -J \cdot R_7 + E_2 + E_7 - E_3$$

$$I_{33} \cdot (R_6 + R_5 + R_7 + R_4) - I_{11} \cdot (R_4 + R_6) + I_{22} \cdot R_7 = -J \cdot (R_7 + R_4) + E_6 + E_5 + E_7 + E_4$$

$$\begin{aligned}
-E_1 + I_{22} \cdot R_3 - I_{33} \cdot (R_4 + R_6) &= -I_{11} \cdot (R_1 + R_6 + R_4 + R_3) + J \cdot R_4 - E_6 - E_4 - E_3 \\
I_{22} \cdot (R_3 + R_2 + R_7) + I_{33} \cdot R_7 &= -I_{11} \cdot R_3 - J \cdot R_7 + E_2 + E_7 - E_3 \\
I_{33} \cdot (R_6 + R_5 + R_7 + R_4) + I_{22} \cdot R_7 &= I_{11} \cdot (R_4 + R_6) - J \cdot (R_7 + R_4) + E_6 + E_5 + E_7 + E_4
\end{aligned}$$

$$I_{11} = I_1 = 4 \quad (A)$$

Матрица сопротивлений (коэффициенты при E_2, I_{22}, I_{33}), Ом:

$$R_K = \begin{bmatrix} -1 & R_3 & -(R_4 + R_6) \\ 0 & R_3 + R_2 + R_7 & R_7 \\ 0 & R_7 & R_6 + R_5 + R_7 + R_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -(7+6) \\ 0 & 5+3+2 & 2 \\ 0 & 2 & 6+8+2+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -13 \\ 0 & 10 & 2 \\ 0 & 2 & 23 \end{bmatrix}$$

Матрица ЭДС контуров, В:

$$\begin{aligned}
E_K &= \begin{bmatrix} -I_{11} \cdot (R_1 + R_6 + R_4 + R_3) + J \cdot R_4 - E_6 - E_4 - E_3 \\ -I_{11} \cdot R_3 - J \cdot R_7 + E_2 + E_7 - E_3 \\ I_{11} \cdot (R_4 + R_6) - J \cdot (R_7 + R_4) + E_6 + E_5 + E_7 + E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \cdot (4+6+7+5) + 8 \cdot 7 - 60 - 80 - 70 \\ -4 \cdot 5 - 8 \cdot 2 + 40 + 60 - 70 \\ 4 \cdot (7+6) - 8 \cdot (2+7) + 60 + 50 + 60 + 80 \end{bmatrix} = \\
E_K &= \begin{pmatrix} -242 \\ -6 \\ 230 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Контурные токи и E_1, A :

$$I_K = R_K^{-1} \cdot E_K = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -13 \\ 0 & 10 & 2 \\ 0 & 2 & 23 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -242 \\ -6 \\ 230 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 95.779 \\ -2.646 \\ 10.23 \end{pmatrix}$$

$$E_1 = I_{K1} = 95.779 \quad (B)$$

$$I_{22} = I_{K2} = -2.646 \quad (A)$$

$$I_{33} = I_{K3} = 10.23 \quad (A)$$

Токи в ветвях схемы, А:

$$I_1 = 4 \quad (A)$$

$$I_2 = I_{22} = -2.646 \quad (A)$$

$$I_3 = -I_{22} - I_{11} = -(-2.646) - 4 = -1.354 \quad (A)$$

$$I_4 = I_{33} - I_{11} + J = 10.23 - 4 + 8 = 14.23 \quad (A)$$

$$I_5 = I_{33} = 10.23 \quad (A)$$

$$I_6 = I_{33} - I_{11} = 10.23 - 4 = 6.23 \quad (A)$$

$$I_7 = I_{22} + I_{33} + J = -2.646 + 10.23 + 8 = 15.584 \quad (A)$$

Проверим правильность найденных токов с помощью законов Кирхгофа:

Система уравнений по 1 Закону Кирхгофа:

$$I_4 - J - I_6 = 14.23 - 8 - 6.23 = 0$$

$$I_6 + I_1 - I_5 = 6.23 + 4 - 10.23 = 0$$

$$I_3 + I_7 - I_4 = -1.354 + 15.584 - 14.23 = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 4 + -2.646 + -1.354 = 0$$

Система уравнений по 2 Закону Кирхгофа:

$$I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 - I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 4 \cdot 4 - 6.23 \cdot 6 - 14.23 \cdot 7 - -1.354 \cdot 5 = -114.221$$

$$E_1 - E_6 - E_4 - E_3 = 95.779 - 60 - 80 - 70 = -114.221$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_7 \cdot R_7 - I_3 \cdot R_3 = -2.646 \cdot 3 + 15.584 \cdot 2 - -1.354 \cdot 5 = 30 \quad E_2 + E_7 - E_3 = 40 + 60 - 70 = 30$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_5 \cdot R_5 + I_7 \cdot R_7 + I_4 \cdot R_4 = 6.23 \cdot 6 + 10.23 \cdot 8 + 15.584 \cdot 2 + 14.23 \cdot 7 = 250$$

$$E_6 + E_5 + E_7 + E_4 = 60 + 50 + 60 + 80 = 250$$

3. Определим узловые потенциалы относительно выбранного базового узла:

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + I_6 \cdot R_6 - E_6 = 0 + 6.23 \cdot 6 - 60 = -22.619 \quad (B)$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + I_4 \cdot R_4 - E_4 = -22.619 + 14.23 \cdot 7 - 80 = -3.009 \quad (B)$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + I_3 \cdot R_3 - E_3 = -3.009 + -1.354 \cdot 5 - 70 = -79.779 \quad (B)$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - I_2 \cdot R_2 + E_2 = -79.779 - -2.646 \cdot 3 + 40 = -31.841 \quad (B)$$

4. Система уравнений по методу узловых потенциалов:

$$\varphi_1 = 0 \quad (B)$$

$$\varphi_2 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{R_4} = -J - \frac{E_6}{R_6} + \frac{E_4}{R_4}$$

$$\varphi_3 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} \right) - \varphi_2 \cdot \frac{1}{R_4} - \varphi_4 \cdot \frac{1}{R_3} - \varphi_5 \cdot \frac{1}{R_7} = \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_7}{R_7} - \frac{E_4}{R_4}$$

$$\varphi_4 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{R_3} - \varphi_5 \cdot \frac{1}{R_2} = \frac{-E_3}{R_3} - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_1}{R_1}$$

$$\varphi_5 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{R_7} - \varphi_4 \cdot \frac{1}{R_2} = \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_5}{R_5} + J - \frac{E_7}{R_7}$$

Проверим выполнение системы уравнений по методу узловых потенциалов:

$$\varphi_2 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{R_4} = -22.619 \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{6} \right) - -3.009 \cdot \frac{1}{7} = -6.571$$

$$-J - \frac{E_6}{R_6} + \frac{E_4}{R_4} = -8 - \frac{60}{6} + \frac{80}{7} = -6.571$$

$$\varphi_3 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} \right) - \varphi_2 \cdot \frac{1}{R_4} - \varphi_4 \cdot \frac{1}{R_3} - \varphi_5 \cdot \frac{1}{R_7} = 32.57$$

$$\frac{E_3}{R_3} + \frac{E_7}{R_7} - \frac{E_4}{R_4} = \frac{70}{5} + \frac{60}{2} - \frac{80}{7} = 32.571$$

$$\varphi_4 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{R_3} - \varphi_5 \cdot \frac{1}{R_2} = -79.779 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) - 3.009 \cdot \frac{1}{5} - 31.841 \cdot \frac{1}{3} = -51.278$$

$$\frac{-E_3}{R_3} - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_1}{R_1} = \frac{-70}{5} - \frac{40}{3} - \frac{95.779}{4} = -51.278$$

$$\varphi_5 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{R_7} - \varphi_4 \cdot \frac{1}{R_2} = -31.841 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right) - 3.009 \cdot \frac{1}{2} - 79.779 \cdot \frac{1}{3} = -2.417$$

$$\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_5}{R_5} + J - \frac{E_7}{R_7} = \frac{40}{3} + \frac{50}{8} + 8 - \frac{60}{2} = -2.417$$

5. Проверка баланса мощностей для исходной схемы:

$$U_J = \varphi_5 - \varphi_2 = -31.841 - -22.619 = -9.221 \quad (B)$$

$$P_{номр} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 + I_7^2 \cdot R_7$$

$$P_{номр} = 4^2 \cdot 4 + (-2.646)^2 \cdot 3 + (-1.354)^2 \cdot 5 + 14.23^2 \cdot 7 + 10.23^2 \cdot 8 + 6.23^2 \cdot 6 + 15.584^2 \cdot 2 = 3067.487 \quad (Bm)$$

$$P_{умт} = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 + E_5 \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + E_7 \cdot I_7 + J \cdot U_J$$

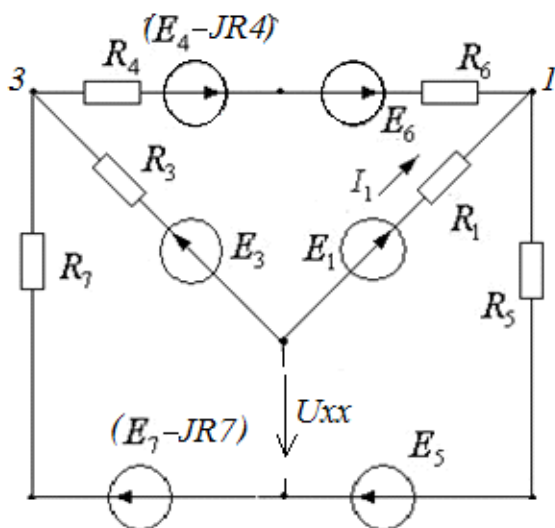
$$P_{умт} = 95.779 \cdot 4 + 40 \cdot -2.646 + 70 \cdot -1.354 + 80 \cdot 14.23 + 50 \cdot 10.23 + 60 \cdot 6.23 + 60 \cdot 15.584 + 8 \cdot -9.221 = 3067.487$$

$$P_{умт} = 3067.487 \quad (Bm)$$

Баланс мощностей сошелся, следовательно токи в схеме найдены верно

6. Решение методом эквивалентного генератора (ток I_2):

Найдем токи в режиме холостого хода с применением метода двух узлов:



Решение методом двух узлов:

$$U_{13} = \frac{\frac{-J \cdot R_4 + E_4 + E_6}{R_6 + R_4} + \frac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3} - \frac{E_5 + E_7 - J \cdot R_7}{R_7 + R_5}}{\frac{1}{R_6 + R_4} + \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_7 + R_5}} = \frac{\frac{-8 \cdot 7 + 80 + 60}{6 + 7} + \frac{95.779 - 70}{4 + 5} - \frac{50 + 60 - 8 \cdot 2}{2 + 8}}{\frac{1}{6 + 7} + \frac{1}{4 + 5} + \frac{1}{2 + 8}} =$$

$$U_{13} = -0.257 \text{ (B)}$$

Токи в ветвях схемы, А:

$$I_{3xx} = \frac{U_{13} + E_3 - E_1}{R_1 + R_3} = \frac{-0.257 + 70 - 95.779}{4 + 5} = -2.893 \quad (A)$$

$$I_{7xx} = \frac{U_{13} + E_5 + E_7 - J \cdot R_7}{R_7 + R_5} = \frac{-0.257 + 50 + 60 - 8 \cdot 2}{2 + 8} = 9.374 \quad (A)$$

$$U_{xx} = I_{3xx} \cdot R_3 - E_3 - I_{7xx} \cdot R_7 + E_7 - J \cdot R_7 = -2.893 \cdot 5 - 70 - 9.374 \cdot 2 + 60 - 8 \cdot 2 = -59.213 \quad (B)$$

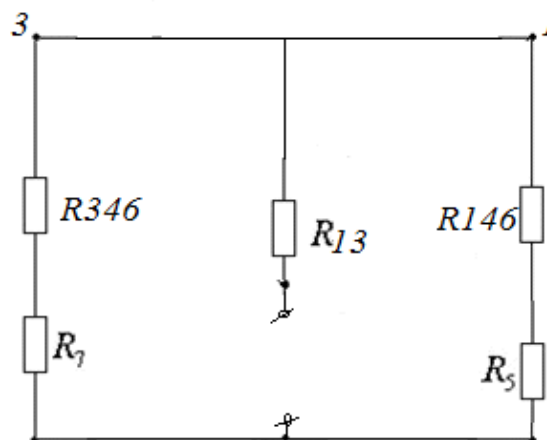
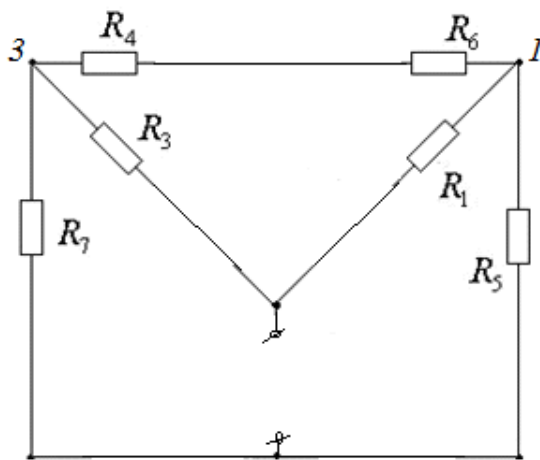
$$I_{1xx} = -I_{3xx} = 2.893 \quad (A)$$

$$I_{5xx} = I_{7xx} = 9.374 \quad (A)$$

$$U'_{xx} = I_{1xx} \cdot R_1 - E_1 + I_{5xx} \cdot R_5 - E_5 = 2.893 \cdot 4 - 95.779 + 9.374 \cdot 8 - 50 = -59.213 \quad (B)$$

Общее сопротивление относительно зажимов 4,5:

Схема для нахождения эквивалентного сопротивления цепи:



$$R_{46} = R_4 + R_6 = 7 + 6 = 13 \quad (\text{Ом})$$

$$R_{346} = \frac{R_{46} \cdot R_3}{R_{46} + R_3 + R_1} = \frac{13 \cdot 5}{13 + 5 + 4} = 2.955 \quad (\text{Ом})$$

$$R_{146} = \frac{R_{46} \cdot R_1}{R_{46} + R_3 + R_1} = \frac{13 \cdot 4}{13 + 5 + 4} = 2.364 \quad (\text{Ом})$$

$$R_{13} = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_{46} + R_3 + R_1} = \frac{5 \cdot 4}{13 + 5 + 4} = 0.909 \quad (\text{Ом})$$

$$R_{\text{экв}} = \frac{(R_{346} + R_7) \cdot (R_{146} + R_5)}{R_{346} + R_7 + R_{146} + R_5} + R_{13} = \frac{(2.955 + 2) \cdot (2.364 + 8)}{2.955 + 2 + 2.364 + 8} + 0.909 = 4.261 \quad (\text{Ом})$$

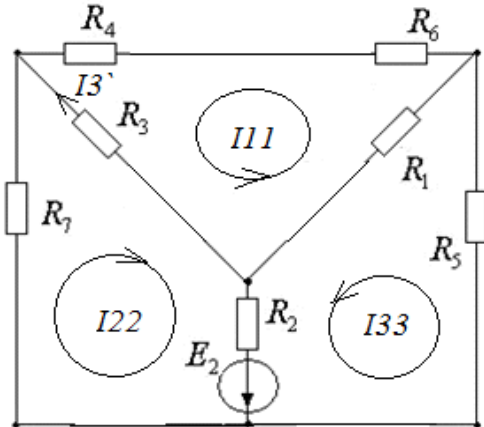
$$I_2 = \frac{U_{\text{хх}} + E_2}{R_2 + R_{\text{экв}}} = \frac{-59.213 + 40}{3 + 4.261} = -2.646 \quad (\text{А})$$

7. Определим входную проводимость второй ветви:

$$G_{22} = \frac{I}{R_{\text{экв}} + R_2} = \frac{I}{4.261 + 3} = 0.138 \quad (\text{См})$$

8. Определим взаимную проводимость второй и третьей ветви.

Для этого оставим в схеме источник ЭДС E_2 и рассчитаем токи методом контурных токов



Система уравнений по методу контурных токов для преобразованной схемы:

$$I_{11} \cdot (R_4 + R_6 + R_1 + R_3) + I_{22} \cdot R_3 - I_{33} \cdot R_1 = 0$$

$$I_{22} \cdot (R_3 + R_2 + R_7) + I_{11} \cdot R_3 + I_{33} \cdot R_2 = E_2$$

$$I_{33} \cdot (R_1 + R_2 + R_5) - I_{11} \cdot R_1 + I_{22} \cdot R_2 = E_2$$

Матрица сопротивлений (коэффициенты при I_{11} , I_{22} , I_{33}), Ом:

$$R_K = \begin{pmatrix} R_4 + R_6 + R_1 + R_3 & R_3 & -R_1 \\ R_3 & R_3 + R_2 + R_7 & R_2 \\ -R_1 & R_2 & R_1 + R_2 + R_5 \end{pmatrix}$$

$$R_K = \begin{pmatrix} 7+6+4+5 & 5 & -4 \\ 5 & 5+3+2 & 3 \\ -4 & 3 & 4+3+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 5 & -4 \\ 5 & 10 & 3 \\ -4 & 3 & 15 \end{pmatrix}$$

Матрица ЭДС контуров, В:

$$E_K = \begin{pmatrix} 0 \\ E_2 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Контурные токи, А:

$$I_K = R_K^{-1} \cdot E_K = \begin{pmatrix} 7+6+4+5 & 5 & -4 \\ 5 & 5+3+2 & 3 \\ -4 & 3 & 4+3+8 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.523 \\ 3.727 \\ 1.782 \end{pmatrix}$$

$$I'_{11} = I_{K1} = -0.523 \quad (A)$$

$$I'_{22} = I_{K2} = 3.727 \quad (A)$$

$$I'_{33} = I_{K3} = 1.782 \quad (A)$$

Ток в первой ветви преобразованной схемы, А:

$$I'_3 = -I'_{11} - I'_{22} = -(-0.523) - 3.727 = -3.204 \quad (A)$$

Взаимная проводимость второй и первой ветвей вычисляем как отношение:

$$G_{23} = \frac{I'_3}{E_2} = \frac{-3.204}{40} = -0.08 \quad (Cm)$$

9. Определим величину и направление ЭДС, которую необходимо дополнительно включить во вторую ветвь, чтобы ток в ней увеличился в два раза и изменил свое направление:

$$I'_2 = \frac{U_{xx} + E_2}{R_2 + R_{экв}}$$

$$I'_2 = -2I_2 = -2 \cdot -2.646 = 5.292 \quad (A)$$

$$E_{доб} = I'_2 \cdot (R_2 + R_{экв}) - (U_{xx} + E_2) = 5.292 \cdot (3 + 4.261) - (-59.213 + 40) = 57.639 \quad (B)$$

Выполним проверку:

$$I'_{.2} = \frac{U_{xx} + E_2 + E_{доб}}{R_2 + R_{экв}} = \frac{-59.213 + 40 + 57.639}{3 + 4.261} = 5.292 \quad (A)$$

10. а) Найдем и построим зависимость тока первой ветви от тока второй ветви:

$$I_1(I_2) = a + b \cdot I_2$$

Токи найденные по методу контурных токов (П.2):

$$I_1 = 4 \quad (A)$$

$$I_2 = -2.646 \quad (A)$$

Токи найденные по методу эквивалентного генератора (П.6):

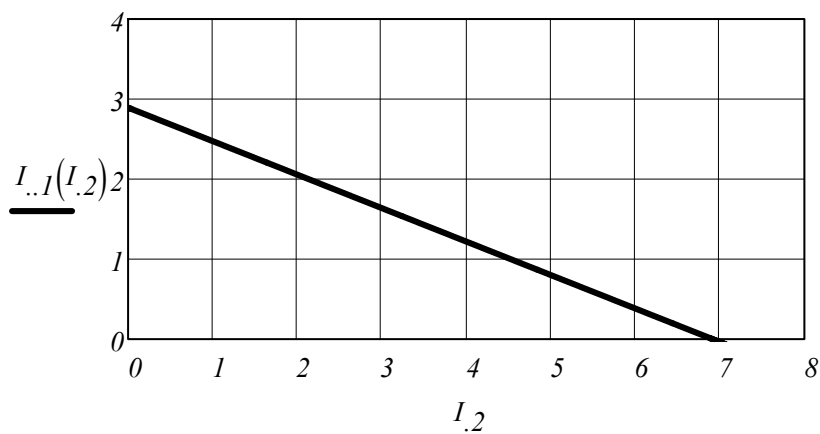
$$I_{1xx} = 2.893 \quad (A)$$

$$I_{2xx} = 0 \quad (A)$$

$$a = I_{1xx} = 2.893 \quad (A) \quad b = \frac{I_1 - a}{I_2} = \frac{4 - 2.893}{-2.646} = -0.418 \quad (A)$$

$$I_{..1}(I_{.2}) = a + b \cdot I_{.2}$$

$$a = 2.893 \quad b = -0.418$$



11. Построим график изменения мощности, выделяющейся в R_2 при изменении R_2 от 0 до ∞ :

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2$$

$$P_{.2}(R_{.2}) = \left(\frac{U_{xx} + E_2}{R_{.2} + R_{\text{экв}}} \right)^2 \cdot R_{.2}$$

